

Место истории геометрии в преподавании и популяризации математики

И.А. Тайманов
(Новосибирск)

*III Всероссийский съезд «Школьное математическое образование»
Новосибирск, 18 ноября 2015*

*“Ученик – это не сосуд, который
надо заполнить, а факел, который
надо зажечь”*

Плутарх

Сюжет 1:

Евдокс, Евклид и Архимед

332 г. до н.э. – основание Александрии

323 г. до н.э. – смерть Александра Македонского, повлекшая создание эллинистических государств (начало эпохи эллинизма)

конец 4-го века до н.э. – создание при государственной поддержке Александрийского Музея, в составе Библиотеки и Мусейона (центра эллинистической науки до конца 4-го века н.э.)

Среди сотрудников Мусейона – Евклид, Архимед, Диофант, Плотин, Эратосфен, Герон, Аполлоний, Клавдий Птолемей

В Мусейоне Евклидом написана книга “Начала”, в которой были подведены итоги предшествующему развитию геометрии и теории чисел

При написании “Начал” Евклидом было принято последовательное изложение доказываемых результатов, которым предшествуют аксиомы (термин введен Аристотелем, учителем Александра Македонского) и постулаты.

В этом Евклид следовал Аристотелю, согласно которому, обратная цепочка рассуждений не может быть бесконечной и должна начинаться с утверждений, не требующих доказательства.

Первое аксиоматическое (в современном смысле) изложение геометрии принадлежит Гильберту (“Основания геометрии”, 1899), который, к примеру, доказывал то, что две различные прямые могут пересекаться только по точке (Евклид это подразумевал и отдельно не выделял).

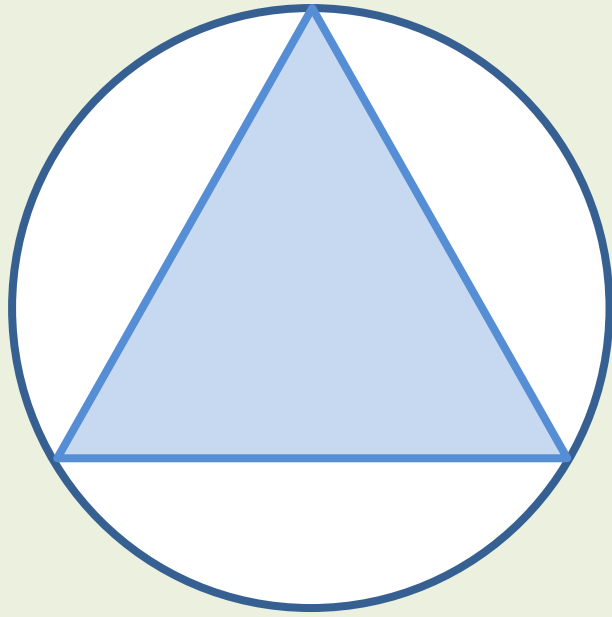
На протяжении веков продолжались попытки вывести аксиому о параллельных из других аксиом и постулатов. Невозможность этого – существование неевклидовой геометрии – установлена Лобачевским (1825).

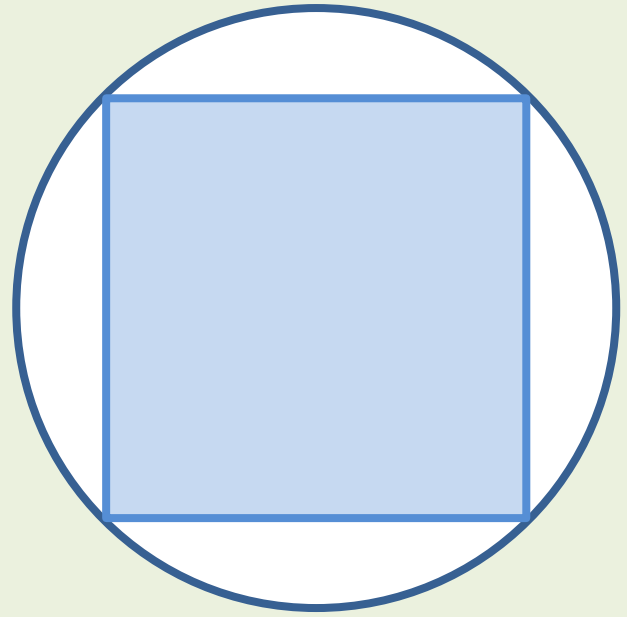
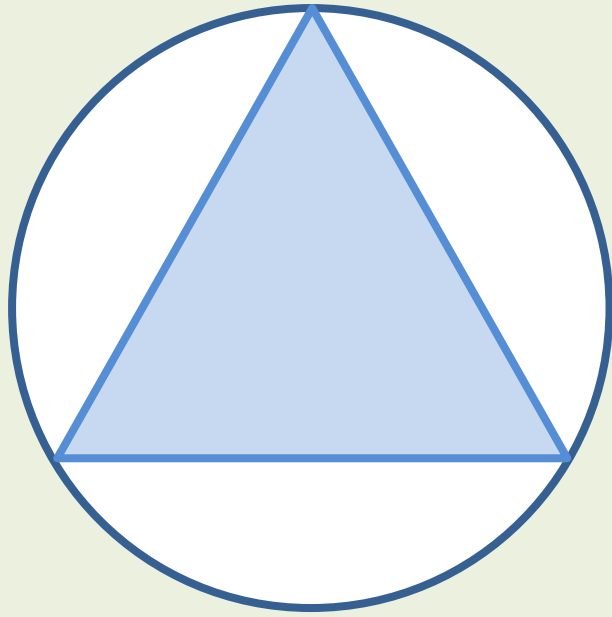
Евдокс (ок. 408 г. до н.э. – ок. 355 г. до н.э.)

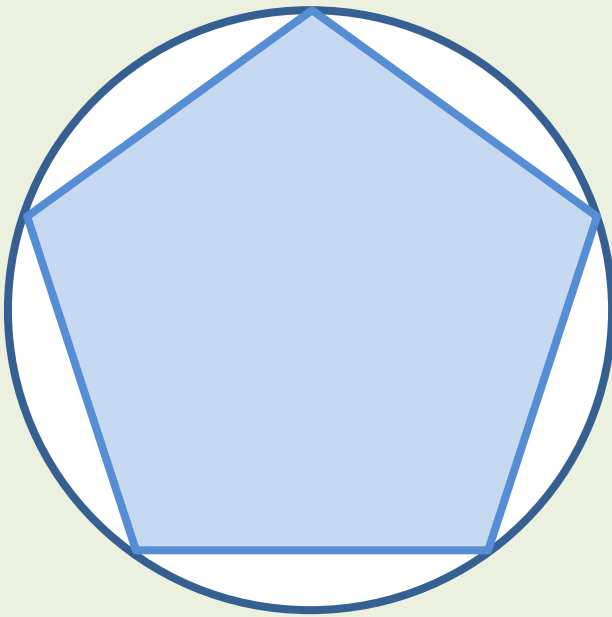
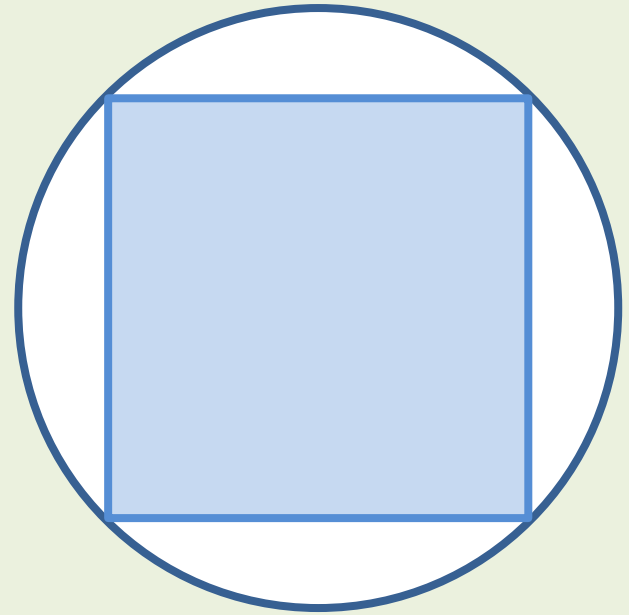
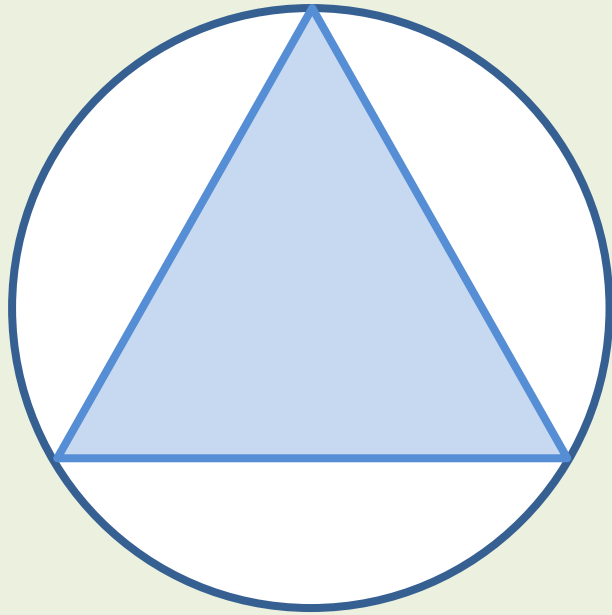
В V книге “Начал” излагается теория отношений Евдокса – теория “геометрических величин” (модель вещественных чисел).

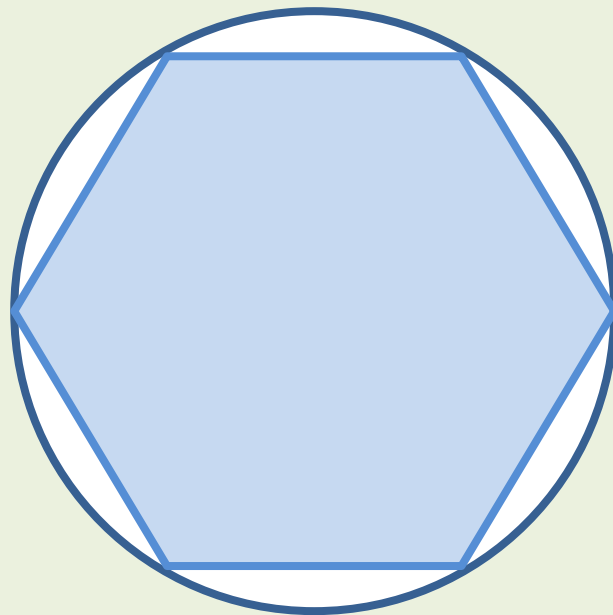
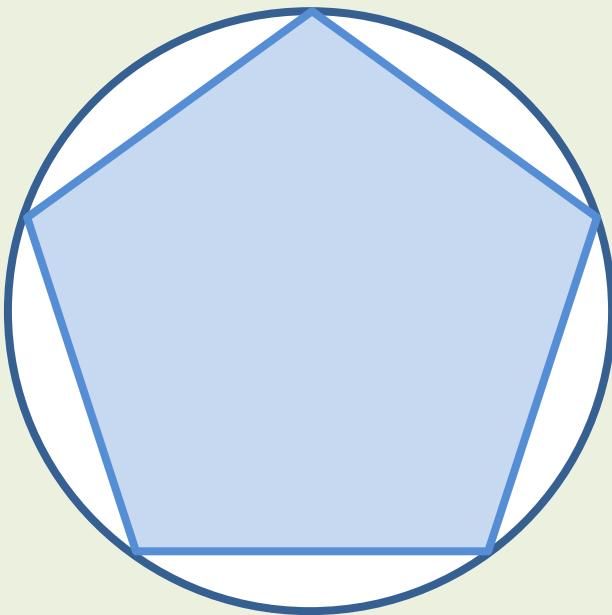
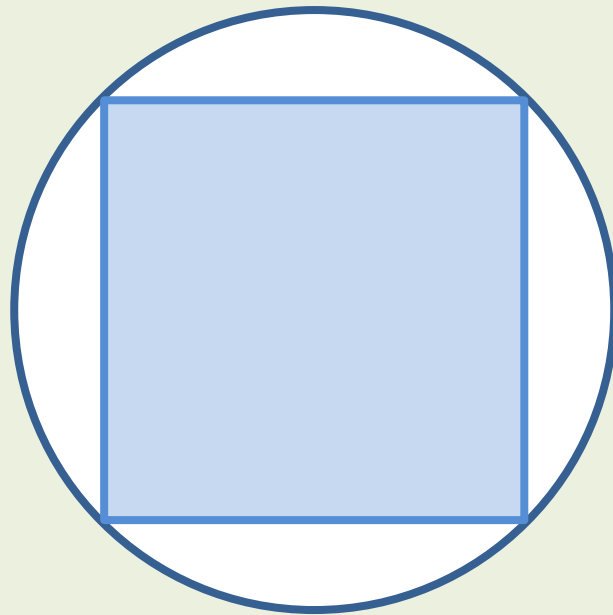
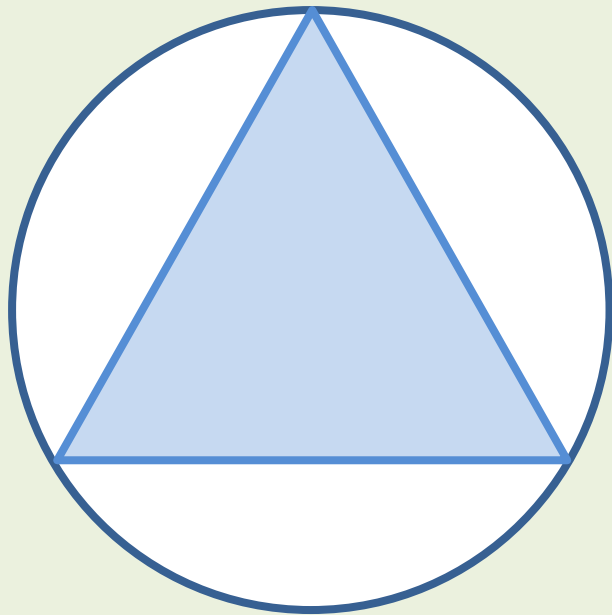
В XII книге “Начал” излагается метод исчерпывания Евдокса, с помощью которого вычисляются площади конечных фигур. Этот метод является истоком современной теории пределов.

В частности, Евдокс доказал, что площади двух кругов относятся как квадраты диаметров. Он это вывел из отношения площадей подобных треугольников, которые исчерпывают круги.









Архимед (287 г. до н.э. – 212 г. до н.э.)

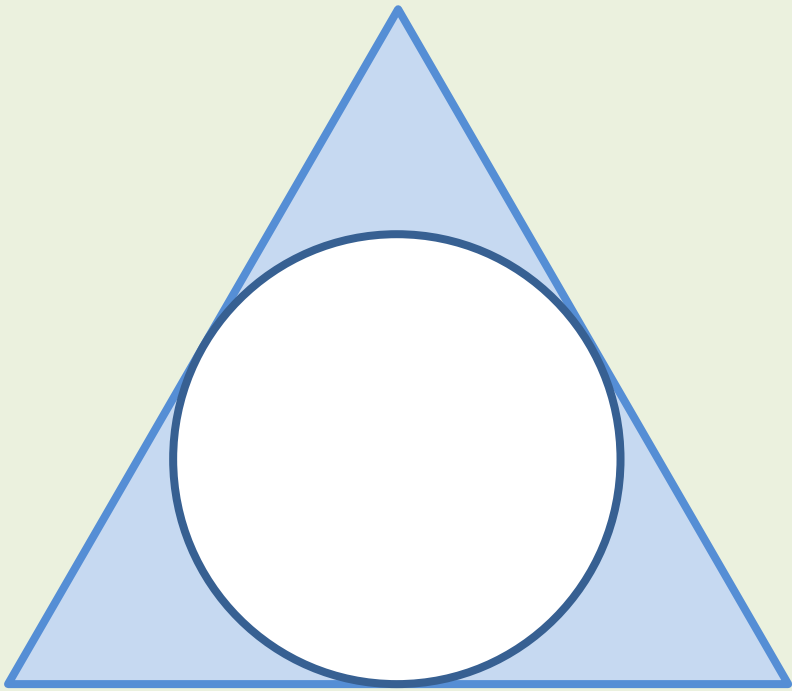
Расширил метод исчерпывания Евдокса, предложив рассматривать и последовательность объемлющих многоугольников, разница площадей которых и площади фигуры стремится к нулю.

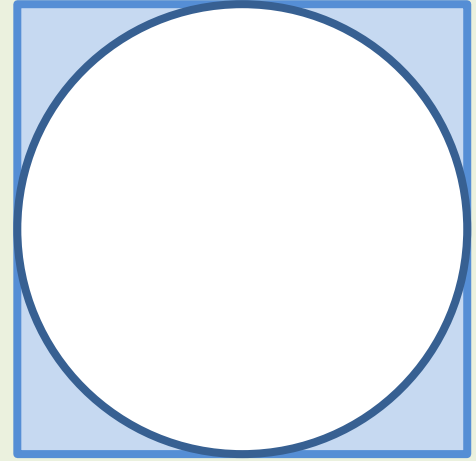
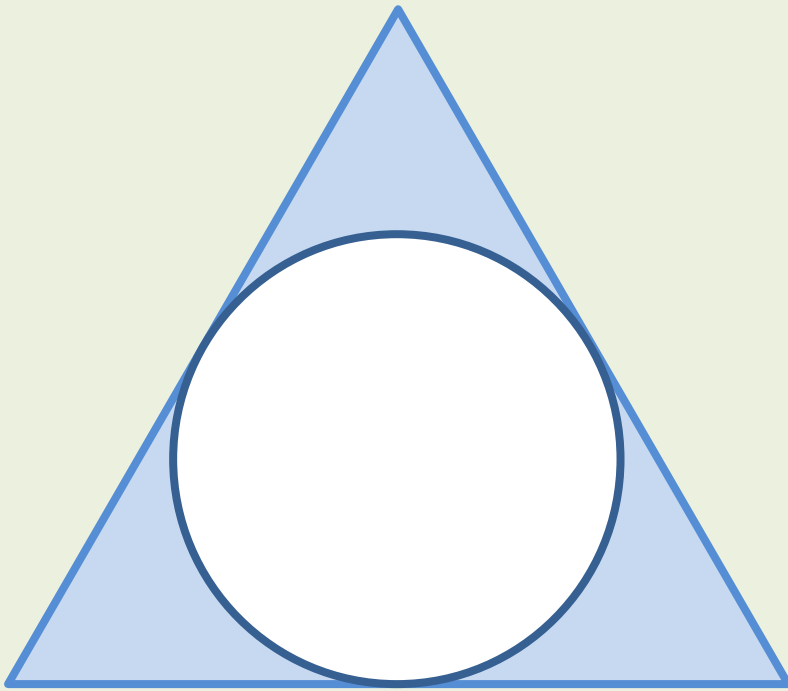
При этом установил наилучшие для своего времени оценки числа π :

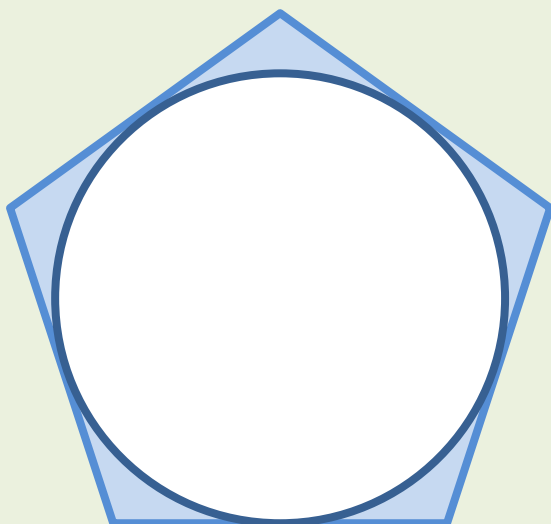
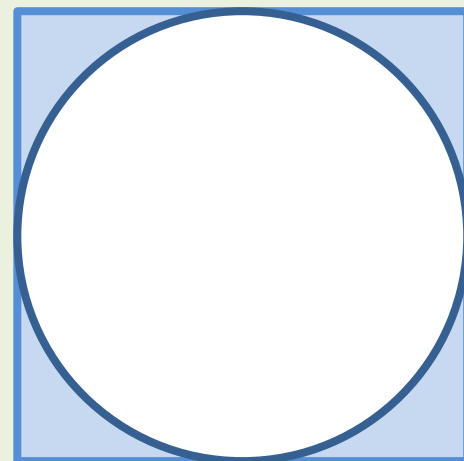
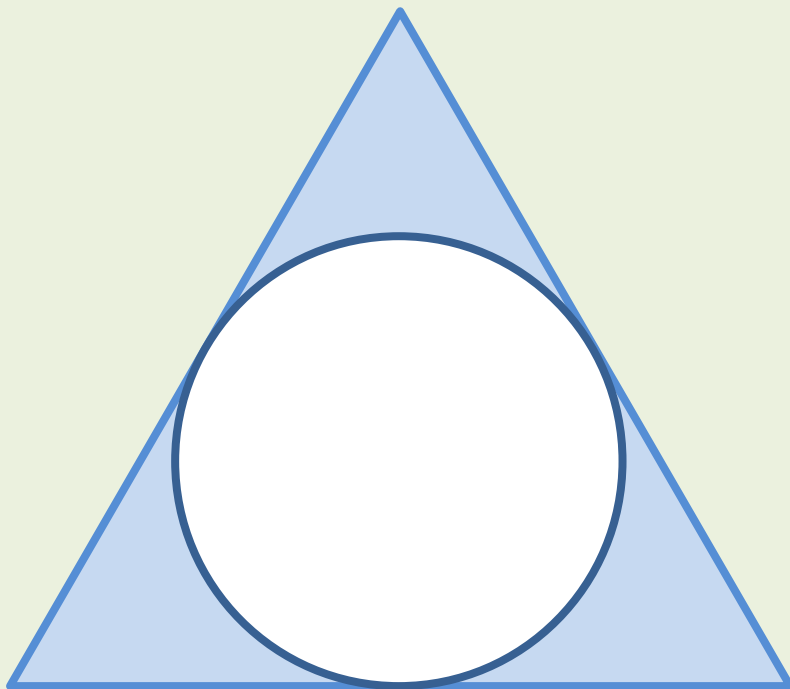
$$3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{1}{7}$$

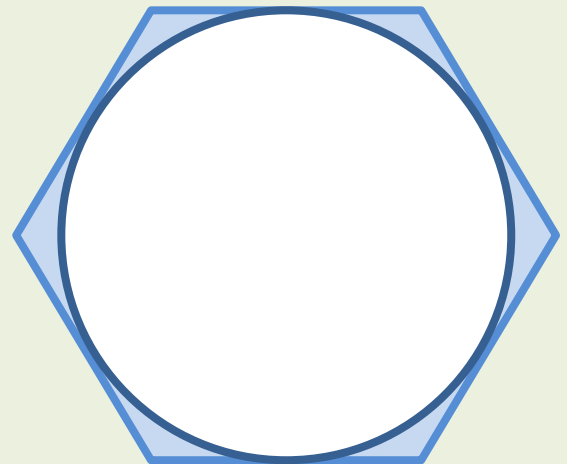
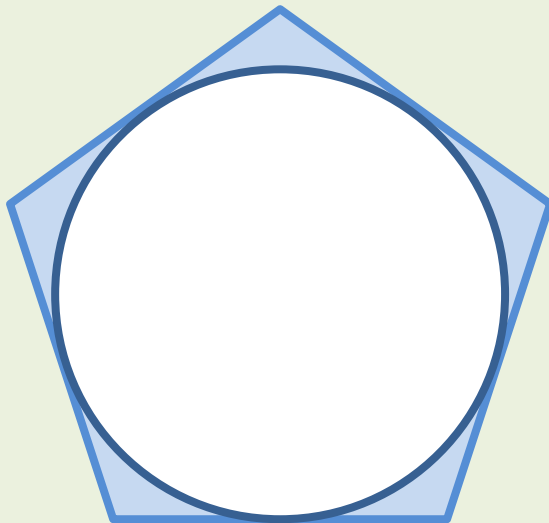
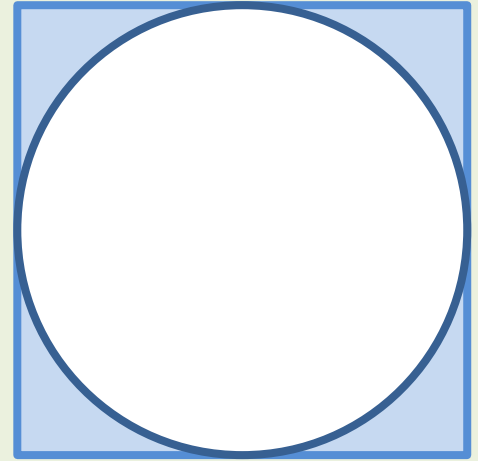
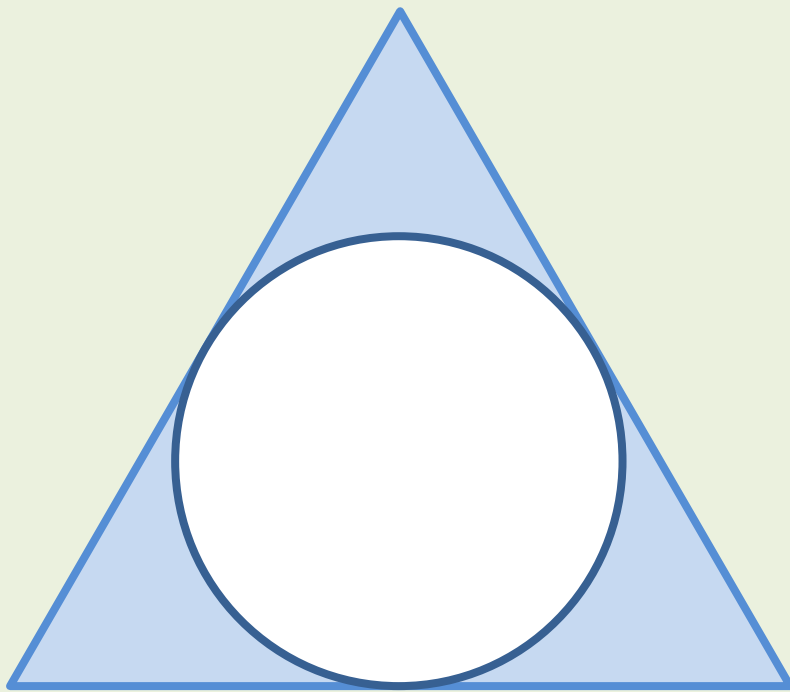
Разность верхней и нижней оценок:

$$3 \frac{1}{7} - 3 \frac{10}{71} = \frac{1}{497}$$









ИЗМЕРЕНИЕ КРУГА

I

Всякий круг равен прямоугольному треугольнику, причем радиус круга равен одной из прилежащих к прямому углу сторон, а периметр — основанию треугольника.

Пусть круг $AB\Gamma$ {рис. 1} относится к треугольнику E , как высказано в предложении; я утверждаю, что он будет ему равен.

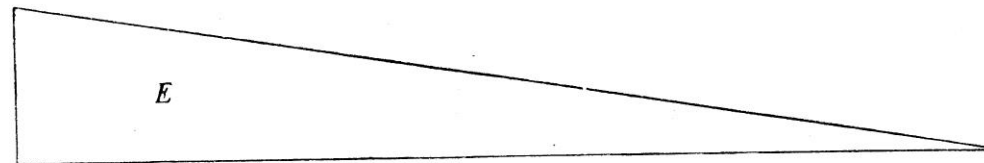
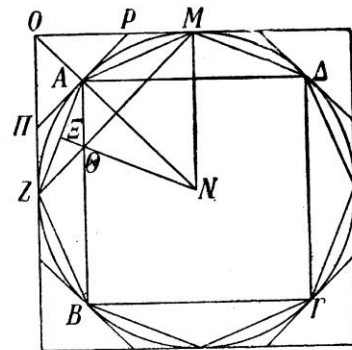


Рис. 1.

Архимед (“Измерение круга”):

“Всякий круг равен прямоугольному треугольнику, причем радиус круга равен одной из прилежающих к прямому углу сторон, а периметр – основанию треугольника”

Архимедом заложены принципы вычисления длин кривых.

В этой работе даны нижняя и верхняя оценка числа π , полученные с помощью вписанных и описанных правильных 96-угольников.

Вычисление площади и объема шара – одни из самых выдающихся достижений Архимеда как математика.

Сюжет 2:

Картография и кривизна

1821 г. – Гаусс доказал теорему, из которой, в частности, следует, что нельзя составить точную карту земной поверхности.

Введенное им понятие гауссовой кривизны было обобщено Риманом (1853) на многомерной случай и положило начало римановой геометрии, которая является основным инструментом общей теории относительности.

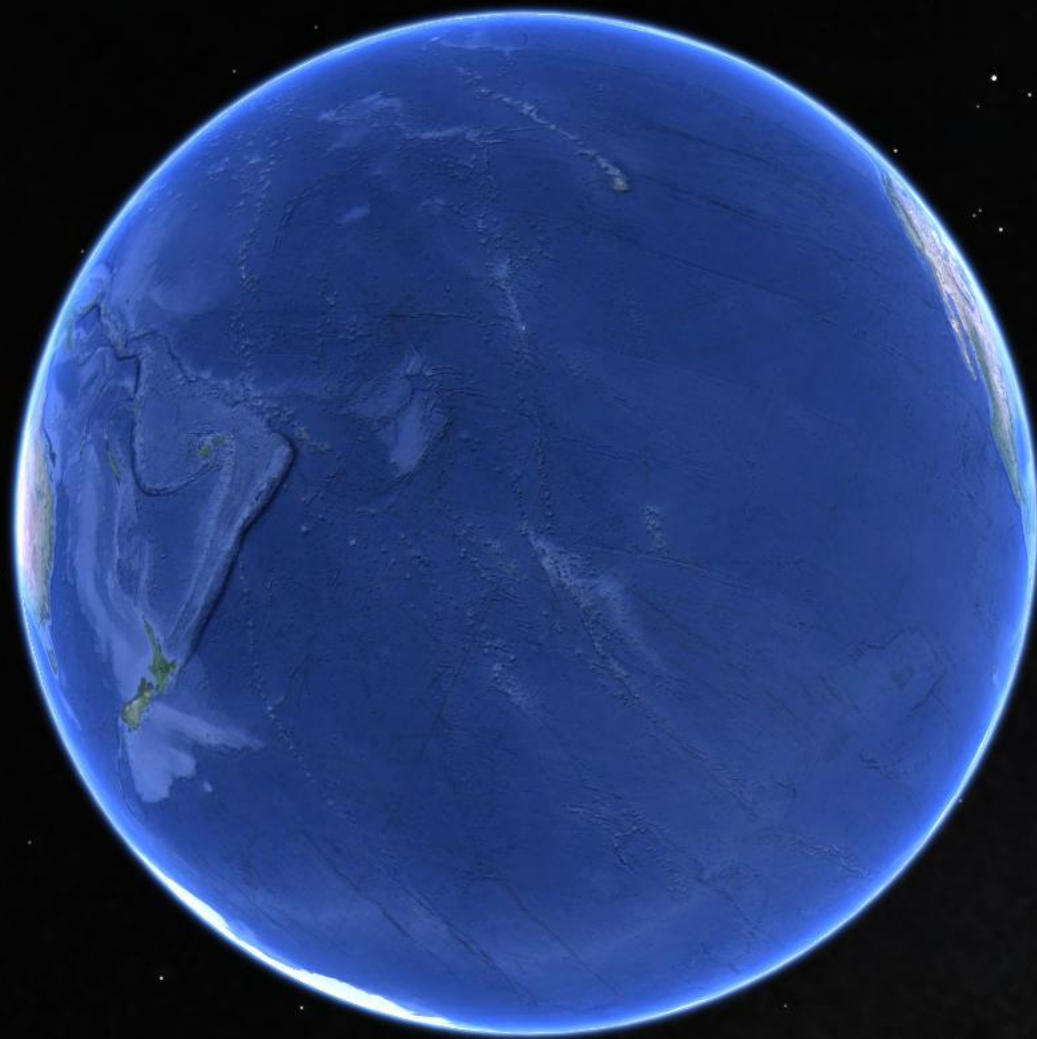


Image Landsat
Data SIO, NOAA, U.S. Navy, NGA, GEBCO
Image IBCAO

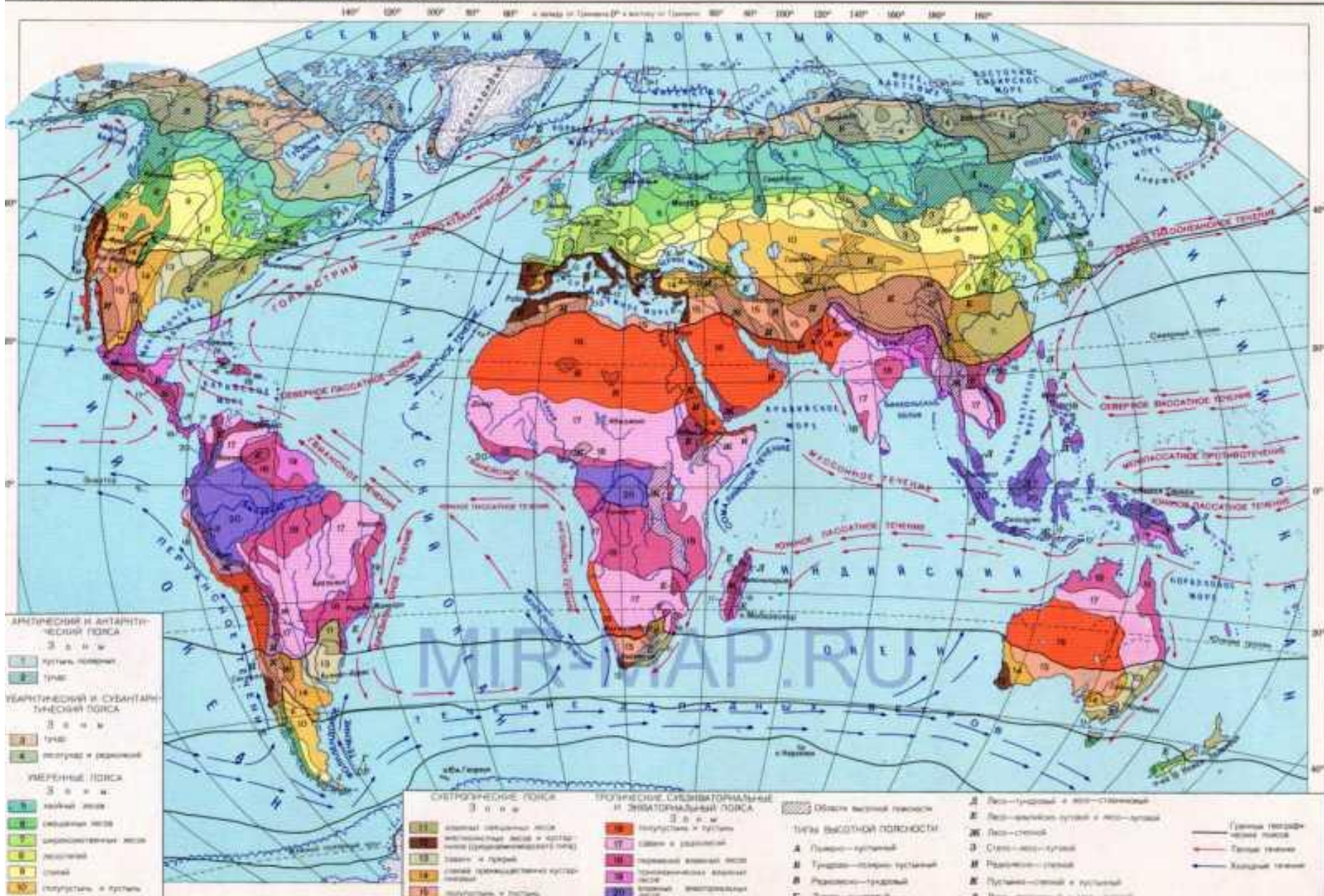
Google e

13°37'18.09" Ю 150°04'55.81" З обзор с высоты 16900

Площадь поверхности Земли –
510.1 млн. км²

Площадь Тихого океана –
179.7 млн. км²,
т.е. $\approx 35\%$ от площади
поверхности Земли

ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ ПОЯСА И ЗОНЫ СУШИ ЗЕМЛИ



АРКТИЧЕСКИЙ И АНТАРКТИЧЕСКИЙ ПОЯС
З о н ы

- 1. тундра
- 2. тундра

СРЕДНОПОЛЯРНЫЙ И СУБАНТАРКТИЧЕСКИЙ ПОЯС
З о н ы

- 3. тундра
- 4. полупустыня и пустыня

УМЕРЕННЫЙ ПОЯС
З о н ы

- 5. тайга
- 6. смешанные леса
- 7. широколиственные леса
- 8. лиственные
- 9. степь
- 10. полупустыня и пустыня

СРЕДНОПОЛЯРНЫЙ ПОЯС
З о н ы

- 11. смешанная широколиственная и хвойная леса (субарктический тип)
- 12. тайга и дубняк
- 13. широколиственные и хвойные леса
- 14. полупустыня и пустыня

ТРОПИЧЕСКИЙ САБТРОПИЧЕСКИЙ И ЭКВАТОРИАЛЬНЫЙ ПОЯС
З о н ы

- 15. полупустыня и пустыня
- 16. саванна и редкий лес
- 17. тропический широколиственный лес
- 18. тропический широколиственный лес
- 19. полупустыня и пустыня

Область высокой горности

ТИПА ВЫСОТНОЙ ПОЯСНОСТИ

- А Пустыня-полупустыня
- В Тундра-лиственный лес
- Г Лес-широколиственный
- Д Лес-широколиственный и лиственный
- Е Лес-широколиственный и лиственный
- Ж Лес-широколиственный
- З Степь-лес-полупустыня
- И Полупустыня-степь
- К Пустыня-степь и полупустыня
- Л Полупустыня и пустыня

- 1. Лес-широколиственный и лиственный
- 2. Лес-широколиственный и лиственный
- 3. Лес-широколиственный
- 4. Степь-лес-полупустыня
- 5. Полупустыня-степь
- 6. Пустыня-степь и полупустыня
- 7. Полупустыня и пустыня
- 8. Полупустыня и пустыня

— Границы географических поясов
— Границы зон
— Холодные течения

Аэропорт Шереметьево (Москва) –
55°58'22" с.ш.

Аэропорт Толмачево (Новосибирск) –
55°00'45" с.ш.

Мыс Горна (южная оконечность
Америки) – 55°58'48" ю.ш.

Сюжет 3:

Астрономия

В геоцентрической системе Птолемея и в книге Коперника считалось, что планеты движутся по эпициклам – окружностям, чьи центры движутся по другим окружностям и т.д., центр последнего эпицикла движется вдоль окружности – деферента, возможно неравномерно.

Гелиоцентрическая система начала с высокой точностью соответствовать экспериментальным данным только после Кеплера: согласно его законам орбиты движения планет – эллипсы (конические сечения, 1609).

Забавно, что теория конических сечений была построена в работах Аполлония (262 г. до н.э. – 190 г. до н.э.) по геометрии, и он же в своих работах по астрономии ввел эпициклы для объяснения неравномерного движения планет.

Астрономия и космология на протяжении всех времен были одними из движущих сил развития геометрии.

Астрономия служит блестящим полем для приложения геометрических знаний и демонстрации геометрических понятий.

Астрономия дает доступный школьникам пример *научной революции* – переход от геоцентрической к гелиоцентрической системе.

Сейчас космология находится в стадии бурного развития, о котором нас регулярно извещают новостные сайты, а принципы и методы классической астрономии лежат в основе систем GPS и Глонасс.

К сожалению с 1994 г. астрономия выведена за пределы школьной программы.

Математики должны поддержать возвращение астрономии в школьную программу.